

## Bilans thermiques

### 1. Bilans thermiques dans les opérations physicochimiques

#### ■ EXERCICE N° 9.1

Les fumées sèches d'un incinérateur d'ordures ménagères ont la composition volumique suivante : CO<sub>2</sub> 9,2 %, CO 1,5 %, O<sub>2</sub> 7,3 %, N<sub>2</sub> 82,0 %. Calculer la variation d'enthalpie sensible molaire de ce gaz entre le four à combustion et le sommet de la cheminée sachant que la température du foyer est de 290 °C et que les gaz sortent à 90 °C de la cheminée. (Négliger la vapeur d'eau présente dans les fumées). Les capacités thermiques sont données par les équations suivantes et sont exprimées en cal.K<sup>-1</sup>.mol<sup>-1</sup>.

$$(C_p)_{\text{CO}_2} = 6,214 + 10,396 \cdot 10^{-3} T - 3,545 \cdot 10^{-6} T^2$$

$$(C_p)_{\text{CO}} = 6,420 + 1,665 \cdot 10^{-3} T - 0,196 \cdot 10^{-6} T^2$$

$$(C_p)_{\text{O}_2} = 6,148 + 3,102 \cdot 10^{-3} T - 0,923 \cdot 10^{-6} T^2$$

$$(C_p)_{\text{N}_2} = 6,524 + 1,250 \cdot 10^{-3} T - 0,001 \cdot 10^{-6} T^2$$

#### ■ CORRIGÉ

• **Base de calcul** : pour l'équivalent d'une mole de fumées sèches

$$T_1 = 290 \text{ °C} = 563 \text{ K} ; T_2 = 90 \text{ °C} = 363 \text{ K}.$$

L'enthalpie globale d'un mélange gazeux est donnée par la relation générale suivante (cf. équations 4.20, 4.21 et 4.22 de la première partie) :

$$(\Delta H_s)_\Sigma = \int_{T_1}^{T_2} \sum_i x_i C_{p_i} dT$$

Dans le cas précité, cette relation devient :

$$(\Delta H_s)_\Sigma = \int_{563_1}^{363} \left( x_{\text{CO}_2} C_{p\text{CO}_2} + x_{\text{CO}} C_{p\text{CO}_2} + x_{\text{O}_2} C_{p\text{O}_2} + x_{\text{N}_2} C_{p\text{N}_2} \right) dT$$

Les valeurs des produits des quantités de matière par les capacités thermiques correspondantes sont présentées dans le tableau 9.I.

**Tableau 9.I.** Tableau récapitulatif des données molaires et thermiques des fumées sèches.

Composés	$\Phi = x$	a	a x	b.10 <sup>3</sup>	b x.10 <sup>3</sup>	c.10 <sup>6</sup>	c x.10 <sup>6</sup>
CO <sub>2</sub>	0,092	6,214	0,5717	10,396	0,9564	-3,545	-0,3261
CO	0,015	6,420	0,0963	1,665	0,0250	-0,196	-0,0029
O <sub>2</sub>	0,073	6,148	0,4488	3,102	0,2264	-0,923	-0,0674
N <sub>2</sub>	0,820	6,524	5,3497	1,250	1,0250	-0,001	-0,0008
<b>Total</b>	1,000		<b>6,4665</b>		<b>2,2328</b>		<b>-0,3972</b>

$$(\Delta H_s)_\Sigma = \int_{563_1}^{363} (6,4665 + 2,2328 \cdot 10^{-3} T - 0,3972 \cdot 10^{-6} T) dT = 6,4665 \times (363 - 563) + \frac{2,2328 \cdot 10^{-3}}{2} \times (363^2 - 563^2) - \frac{0,3972 \cdot 10^{-6}}{3} \times (363^3 - 563^3) = -1\,293,3 - 206,8 + 17,3 = -1\,482,8 \text{ cal.mol}^{-1};$$

$$(\Delta H_s) = -1\,482,8 \times 4,18 \text{ J.mol}^{-1}.$$

#### ■ EXERCICE N° 9.2

Calculer le volume final, la température finale et le travail effectué lorsque l'on détend brusquement et adiabatiquement 10 L d'un gaz parfait initialement à 0 °C de 10 à 1 bar. La capacité thermique molaire à volume constant est de 12,54 J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>.

#### ■ CORRIGÉ

D'après la loi des gaz parfaits et, dans les conditions initiales,  $n = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{10 \cdot 10^5 \times 10 \cdot 10^{-3}}{8,314 \times 273} = 4,406 \text{ mol}$ . Pour une transformation adiabatique et d'après l'équation 4.1 :  $\Delta U = Q + W$  et  $Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W = n C_v (T_2 - T_1)$  (cf. équation 4.17 modifiée) et  $W = -p_2 (V_2 - V_1)$  avec  $V_2 = \frac{n R T_2}{p_2}$  et  $V_1 = \frac{n R T_1}{p_1} \Rightarrow W = -n R p_2 \left( \frac{T_2}{p_2} - \frac{T_1}{p_1} \right)$ . Il en résulte que  $W = \frac{n R p_2 T_1}{p_1} - n R T_2$ .

En combinant cette dernière équation avec celle résultant de l'équation 4.17, il est obtenu

$$n C_v T_2 + n R T_2 = \frac{n R p_2 T_1}{p_1} + n C_v T_1 \Rightarrow$$

$$n T_2 (C_v + R) = n T_1 \left( \frac{R p_2}{p_1} + C_v \right).$$

La température finale est donc de :

$$T_2 = T_1 \left( \frac{\frac{R p_2}{p_1} + C_v}{C_v + R} \right) = 273 \times \left( \frac{\frac{8,314 \times 1}{10} + 12,54}{12,54 + 8,314} \right) = 175,0 \text{ K et le volume}$$

final de  $V_2 = \frac{n R T_2}{p_2} = \frac{4,406 \times 8,314 \times 175}{10^5} = 64,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 64,1 \text{ L}$ . Le travail échangé lors de cette détente sera de  $W = n C_v (T_2 - T_1) = 4,406 \times 12,54 (175 - 273) = 5 414,6 \text{ J}$ .

### ■ EXERCICE N° 9.3

Pour doser le monoxyde de carbone contenu dans l'atmosphère d'un garage, on fait passer l'air de ce garage sur un catalyseur spécial capable d'oxyder CO en CO<sub>2</sub> à la température ordinaire. Une différence de température est mesurée entre l'air sortant du lit de catalyseur et l'air entrant et cette différence de température est de 3,2 °C. Déduire de ce résultat le titre volumique en monoxyde de carbone dans l'air en supposant que l'appareil est parfaitement calorifugé. La capacité thermique molaire de l'air à 25 °C est de 29,0 J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> et l'enthalpie de réaction (transformation de CO en CO<sub>2</sub>) est de -282 798 J.mol<sup>-1</sup>.

### ■ CORRIGÉ



Figure 9.1. Schéma du dispositif de dosage du monoxyde de carbone.

• **Base de calcul :** pour l'équivalent d'une mole d'air

• **Équation de réaction**



La quantité de chaleur libérée par l'oxydation du monoxyde de carbone provoque l'échauffement de l'air restant ( $T_s - T_e = 3,2 \text{ °C}$ ). L'enthalpie sensible correspondant

à cette élévation de température est égale, en valeur absolue, à l'enthalpie de réaction ( $\Delta H_s = -\Delta H_r$ ) puisque l'appareil est parfaitement calorifugé.

Soit  $x$  le titre molaire de CO contenu dans l'air. En supposant que le monoxyde de carbone, contenu en très petite quantité, ne modifie pas la capacité thermique de l'air, le titre molaire est calculé à partir de la relation suivante :  $n C_p (T_s - T_e) = -x \Delta H_r \Rightarrow x = \frac{-n C_p (T_s - T_e)}{\Delta H_r} = \frac{-1 \times 29 \times 3,2}{-282\,798} = 0,000328 \Rightarrow x = 0,0328 \%$ .

#### ■ EXERCICE N° 9.4

Calculer la masse de vapeur d'eau nécessaire à l'échauffement de 1 000 kg d'eau de 20 à 50 °C par circulation de vapeur d'eau à 133 °C sous 2 bar de pression relative, dans la double enveloppe. L'enthalpie de vaporisation de l'eau, sous une pression relative de 2 bar, est de 2 718 kJ.kg<sup>-1</sup> et la capacité thermique massique de l'eau de 4,18 J.g<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> (il est supposé que le rendement de l'échange thermique est quantitatif, que les condensats sont éliminés dès leur formation et que l'énergie captée par le récipient est négligeable).

#### ■ CORRIGÉ

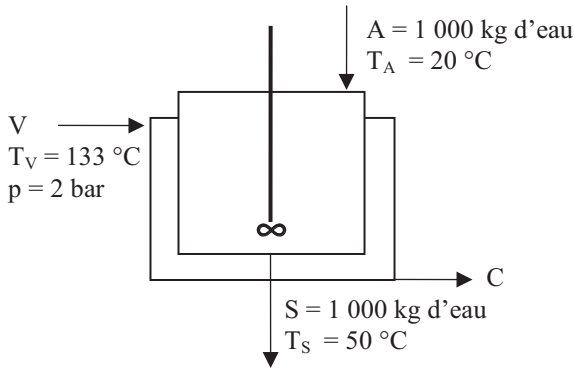


Figure 9.2. Schéma du procédé.

• **Base de calcul** : pour 1 000 kg d'eau à chauffer de 20 à 50 °C

Soient :

- A, S, V et C les masses respectives de l'alimentation du réacteur en eau à réchauffer, de la sortie d'eau réchauffée, de l'entrée de vapeur dans la double enveloppe et de la sortie des condensats de la double enveloppe ( $A = S$  et  $V = C$ ) ;
- $T_A$ ,  $T_S$  et  $T_V$  les températures respectives de l'alimentation du réacteur en eau, de la sortie d'eau réchauffée et de l'entrée de vapeur sous pression dans la double enveloppe.

L'enthalpie sensible pour élever 1 000 kg d'eau de 20 à 50 °C est, compte tenu du symbolisme utilisé, égale à :  $\Delta H_s = A C_p (T_S - T_A) = 1\,000 \times 4,18 \times (50 - 20) = 125\,400$  kJ.

Cette énergie est égale, en valeur absolue, à l'énergie apportée par la vapeur d'eau sous pression qui va être condensée pendant l'opération. ( $l_c = -l_v = -2\,718$  kJ.kg<sup>-1</sup>).

$$\text{Donc, } \Delta H_s = -l_c \times V \Rightarrow V = \frac{125\,400}{(-2\,718)} = 46,14 \text{ kg de vapeur d'eau à } 133 \text{ }^\circ\text{C et}$$

cette quantité correspond également à la masse des condensats recueillie dans la double enveloppe.

### ■ EXERCICE N° 9.5

Un échangeur thermique sert à refroidir, à contre-courant, du toluène circulant à raison de 2 000 kg.h<sup>-1</sup> dans la tubulure centrale. La température d'entrée du toluène est de 70 °C et celle de sortie de 30 °C. L'eau entre à 20 °C et circule avec un débit de 1 500 kg.h<sup>-1</sup>. Calculer la quantité de chaleur échangée et la température de sortie de l'eau de refroidissement. Les capacités thermiques massiques moyennes de l'eau et du toluène sont respectivement de 4,18 kJ.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup> et 1,67 kJ.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>.

### ■ CORRIGÉ

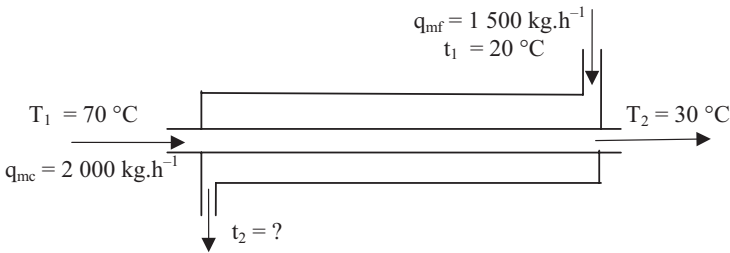


Figure 9.3. Schéma de l'échangeur thermique utilisé.

#### • Base de calcul : pour 1 h de fonctionnement

Soient :

- $q_{mc}$  et  $q_{mf}$  les débits massiques respectifs en toluène et en eau de refroidissement ;
- $T_1$  et  $T_2$  les températures d'entrée et de sortie du toluène ;
- $t_1$  et  $t_2$  les températures d'entrée et de sortie de l'eau de refroidissement.

S'il n'y a pas de perte thermique, en régime stationnaire, le bilan se traduit par l'égalité, en valeur absolue, entre le flux thermique cédé par le fluide chaud et le flux thermique gagné par le fluide froid ( $\Phi_{sc} = -\Phi_{sf}$ ).

$$\Phi_{sc} = q_{mc} c_{pc} (T_2 - T_1) = 2\,000 \times 1,67 \times (30 - 70) = -133\,600 \text{ kJ.h}^{-1}$$

$$\Phi_{sf} = q_{mf} c_{pf} (t_2 - t_1) = 133\,600 \text{ kJ.h}^{-1} \Rightarrow (t_2 - t_1) = \frac{133\,600}{1\,500 \times 4,18} = 21,3 \text{ }^\circ\text{C}.$$

La température d'alimentation du fluide de refroidissement étant de 20 °C, la température de sortie est donc de  $t_2 = 41,3$  °C.

### ■ EXERCICE N° 9.6

On utilise de la vapeur d'eau saturante sous une pression relative de 3 bar pour chauffer la double enveloppe d'un réacteur où elle est complètement condensée. La réaction absorbe  $2\,300\text{ kJ.kg}^{-1}$  de réactifs et les pertes thermiques de la double enveloppe sont de  $5\,000\text{ kJ.h}^{-1}$ . Les réactifs sont introduits à  $20\text{ °C}$  et les produits sortent du réacteur à  $80\text{ °C}$ . Calculer la quantité de vapeur d'eau sous pression nécessaire à la réaction sachant que :

- l'on utilise une charge de  $150\text{ kg}$  de réactifs ;
- la capacité thermique massique moyenne des réactifs entre  $20$  et  $80\text{ °C}$  est de  $1,88\text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  ;
- la charge reste une heure dans le réacteur ;
- l'enthalpie massique de vaporisation de la vapeur d'eau saturée à  $140\text{ °C}$  (température correspondant à la vapeur 3 bars) est de  $2\,731\text{ kJ.kg}^{-1}$ .

### ■ CORRIGÉ

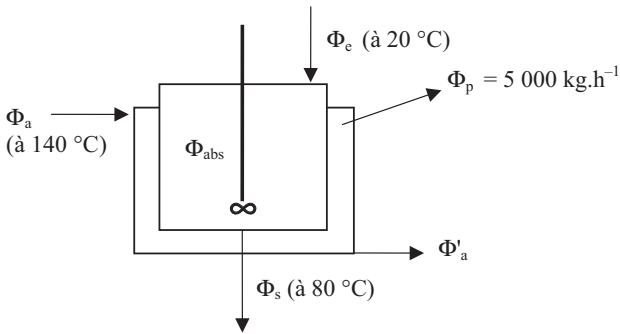


Figure 9.4. Schéma du réacteur chimique.

#### • Base de calcul : pour 1 h de réaction

Soient :

- $\Phi_a - \Phi'_a$  : le flux d'appoint (flux apporté par la vapeur d'eau sous pression :  $2\,731\text{ kJ.kg}^{-1}$  de vapeur) ;
- $\Phi_{\text{abs}}$  : le flux absorbé par la réaction ( $2\,300\text{ kJ.kg}^{-1}$  de réactifs) ;
- $\Phi_p$  : les pertes thermiques de la double enveloppe ( $5\,000\text{ kJ.h}^{-1}$ ) ;
- $\Phi_e$  : le flux entrant (flux apporté par les réactifs) ;
- $\Phi_s$  : le flux sortant (flux éliminé par les produits).

La détermination du débit de vapeur circulant dans la double enveloppe exige de connaître la quantité de chaleur qu'il faut apporter au milieu pour convertir les réactifs en produits dans les conditions indiquées.

L'équation du bilan thermique se traduit par l'égalité, en valeur absolue, entre la somme des flux entrants et la somme des flux sortants :

$$(\Phi_a - \Phi'_a) + \Phi_e = \Phi_{\text{abs}} + \Phi_p + \Phi_s$$

$\Phi_{\text{abs}} = 2\,300 \text{ kJ.kg}^{-1}$  de réactifs, soit  $2\,300 \times 150 = 345\,000 \text{ kJ.h}^{-1}$ .

$$\Phi_s - \Phi_e = \Delta H_s = \int_{20}^{80} m \overline{c_p} dT = 150 \times 1,88 \times (80 - 20) = 16\,920 \text{ kJ.h}^{-1}.$$

Le flux thermique à fournir, pour effectuer la réaction, est donc égal à :

$$\begin{aligned} (\Phi_a - \Phi'_a) &= \Phi_{\text{abs}} + \Phi_p + (\Phi_s - \Phi_e) = 345\,000 + 5\,000 + 16\,920 \Rightarrow \\ (\Phi_a - \Phi'_a) &= 366\,920 \text{ kJ.h}^{-1}. \end{aligned}$$

Ce flux est apporté par la condensation de la vapeur d'eau et cette quantité est fonction de l'enthalpie de condensation ( $l_c = -l_v$ ) et du débit massique de condensat ( $q'_m$ ).

$$(\Phi_a - \Phi'_a) = q'_m l_c \Rightarrow q'_m = \frac{366\,920}{2\,731} = 134,4 \text{ kg.h}^{-1}.$$

#### ■ EXERCICE N° 9.7

Calculer la température finale de la solution obtenue par dissolution, dans des conditions adiabatiques, de 100 kg d'hydroxyde de sodium solide dans 400 litres d'eau à 20 °C sachant que l'enthalpie de dissolution de NaOH est de  $-42,5 \text{ kJ.mol}^{-1}$  et que la capacité thermique moyenne de la solution de NaOH effluente est de  $3,55 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

#### ■ CORRIGÉ

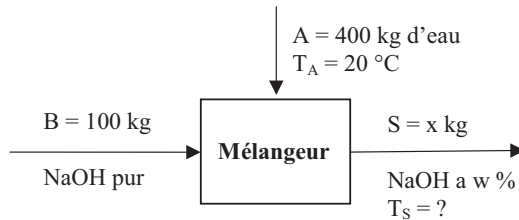


Figure 9.5. Schéma du procédé de dissolution.

Quand on dissout une masse de 100 kg de NaOH pur (B) dans 400 kg d'eau (A), on obtient un mélange  $S = 500 \text{ kg}$  de solution dont le titre massique en NaOH est de  $\frac{100}{500} = 20 \%$ .

Cette solubilisation s'accompagne d'un échauffement qui dépend de la quantité de matière mise en jeu lors de la dissolution de NaOH ( $\Delta H_{\text{dis}} = -42,5 \text{ kJ.mol}^{-1}$ ).

$$n_{\text{NaOH}} = \frac{100}{40} = 2,5 \text{ kmol} = 2\,500 \text{ mol} \Rightarrow \Delta H_{\text{dis}} = -42,5 \times 2\,500 = -106\,250 \text{ kJ}.$$

Dans des conditions adiabatiques, cette quantité de chaleur est totalement absorbée par le milieu et provoque une élévation de température (augmentation d'enthalpie sensible).

$$\Delta H_{\text{dis}} = -\Delta H_s = S \overline{c_p} (T_S - T_A) \Rightarrow (T_S - T_A) = \frac{106\,250}{3,55 \times 500} = 59,9 \approx 60 \text{ }^\circ\text{C}.$$

La température finale de la solution est donc, dans des conditions adiabatiques, de :

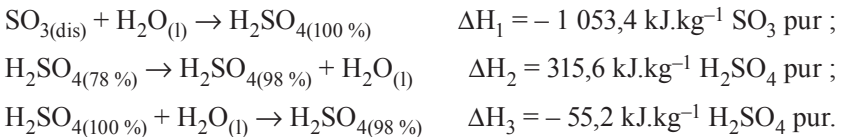
$$T_S = 20 + 60 = 80 \text{ }^\circ\text{C}.$$

### ■ EXERCICE N° 9.8

L'acide sulfurique 98 % est préparé à partir d'oléum à 20 % et d'acide sulfurique à 78 % (% massiques).

**a-** Calculer les quantités d'oléum à 20 % et d'acide sulfurique à 78 % nécessaires pour obtenir 1 000 kg d'acide sulfurique 98 %.

**b-** Déterminer la quantité de chaleur dégagée et l'élévation de température sachant que les réactifs sont pris à 20 °C et connaissant la capacité thermique massique de l'acide sulfurique à 98 % (1,420 J.g<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>) et les enthalpies des réactions suivantes :



### ■ CORRIGÉ

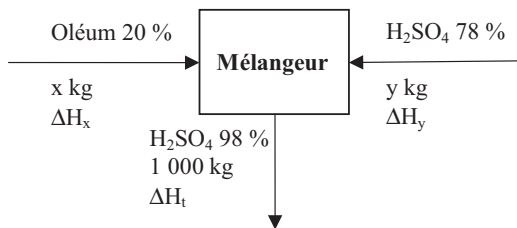


Figure 9.6. Schéma du procédé.

#### **a- Bilan-matière**

Soient  $x$  et  $y$  les masses respectives d'oléum 20 % et de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  78 %.

La résolution du bilan-matière nécessite d'exprimer préalablement les teneurs des composants entrants et sortant en fonction de  $\text{SO}_3$  qui est le composé commun à l'oléum et l'acide sulfurique (cf. problème n° 7.14).

$$x \text{ kg d'oléum 20 \% contient } 0,2 x + 0,8 x \times \frac{80,1}{98,1} = 0,853 x \text{ kg de SO}_3 \text{ pur} ;$$

$$y \text{ kg H}_2\text{SO}_4 \text{ 78 \% contient } 0,78 y \times \frac{80,1}{98,1} = 0,637 y \text{ kg de SO}_3 \text{ pur} ;$$



1 000 kg H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 98 % contient  $0,98 \times 1\,000 \times \frac{80,1}{98,1} = 800,2$  kg de SO<sub>3</sub> pur.

Bilan-matière global :  $x + y = 1\,000,0 \Rightarrow x = 1\,000,0 - y$  (9.1)

Bilan-matière par rapport à SO<sub>3</sub> pur :  $0,853 x + 0,637 y = 800,2$  (9.2)

En reportant la valeur de x, isolée de l'équation 9.1, dans l'équation 9.2, on obtient :  $0,853 \times (1\,000,0 - y) + 0,637 y = 800,2 \Rightarrow 853,0 - 0,853 y + 0,637 y =$

$800,2 \Rightarrow y = \frac{52,8}{0,216} = 244,4$  kg. Donc,

$y = 244,4$  kg de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 78 %

$x = 755,6$  kg d'oléum 20 %.

La solution de 755,6 kg d'oléum 20 % contient :

- $755,6 \times 0,20 = 151,1$  kg de SO<sub>3</sub> pur ;
- $755,6 \times 0,80 = 604,5$  kg de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> pur.

La solution de 244,4 kg d'acide sulfurique 78 % contient :

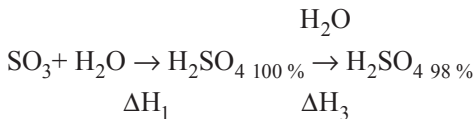
- $244,4 \times 0,78 = 190,6$  kg de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> pur ;
- $244,4 \times 0,22 = 53,8$  kg de H<sub>2</sub>O pur.

### b- Bilan thermique

Au cours du mélange :

- l'oléum va se transformer en H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 98 % avec une enthalpie égale à  $\Delta H_x$  ;
- l'acide sulfurique 78 % va se transformer en H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 98 % avec une enthalpie égale à  $\Delta H_y$ . L'enthalpie totale du mélange,  $\Delta H_t$ , est égale à la somme algébrique de  $\Delta H_x$  et  $\Delta H_y$ .

En réalité, la transformation de l'oléum 20 % en acide sulfurique 98 % se fait en deux étapes et est symbolisée par le schéma suivant :



- dans la première étape, il y a transformation du SO<sub>3</sub> en H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> pur par action de l'eau de dilution de l'acide sulfurique à 78 %. Cette réaction s'accompagne d'une enthalpie  $\Delta H_1 = -1\,053,4$  kJ.kg<sup>-1</sup> SO<sub>3</sub> pur ;
- dans la seconde étape, il y a dilution d'acide sulfurique pur, toujours par intervention de l'eau de dilution, en acide sulfurique à 98 %. Cette réaction s'accompagne d'une enthalpie  $\Delta H_3 = -55,2$  kJ.kg<sup>-1</sup> H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> pur.

Dans ces conditions,  $\Delta H_x = \Delta H_1 + \Delta H_3$

$\Delta H_1 = 1\,053,4$  kJ.kg<sup>-1</sup> SO<sub>3</sub> pur et l'oléum contient 151,1 kg de SO<sub>3</sub>. Donc,

$\Delta H_1 = -1\,053,4 \times 151,1 = -159\,169$  kJ.

$\Delta H_3 = -55,2 \text{ kJ.kg}^{-1} \text{ H}_2\text{SO}_4 \text{ pur}$ . L'oléum contient 604,5 kg de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  pur au départ. Mais l'hydratation du  $\text{SO}_3$  en  $\text{H}_2\text{SO}_4$  génère une quantité supplémentaire de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  intermédiairement. Cette quantité est égale à :  $151,1 \times \frac{98,1}{80,1} = 185,1 \text{ kg}$ . La masse totale de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  pur, formé pendant le mélange, est donc de :  $604,5 + 185,1 = 789,6 \text{ kg}$ . Par conséquent :  $\Delta H_3 = -55,2 \times 789,6 = -43\,586 \text{ kJ}$ .

La transformation de l'acide sulfurique 78 % en  $\text{H}_2\text{SO}_4$  98 % s'accompagne d'une enthalpie  $\Delta H_y = \Delta H_2 = 315,6 \text{ kJ.kg}^{-1} \text{ H}_2\text{SO}_4 \text{ pur}$  et cet acide contient 190,6 kg de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  pur. Par conséquent,  $\Delta H_2 = 315,6 \times 190,6 = 60\,153 \text{ kJ}$ .

L'enthalpie totale du mélange est donc égale à :

$$\Delta H_t = \Delta H_1 + \Delta H_3 + \Delta H_2 = -159\,169 - 43\,586 + 60\,153 = -142\,602 \text{ kJ}$$

Si cette quantité de chaleur n'est pas éliminée, la solution effluente s'échauffera et l'enthalpie sensible correspondante sera égale à  $\Delta H_s = -\Delta H_t = 142\,602 \text{ kJ}$ .

$$\Delta H_s = m \overline{c_p} \Delta \theta$$

Dans cette expression,  $m$  est la masse d'acide sulfurique 98 % effluent (1 000 kg),  $c_p$  la capacité thermique moyenne de la solution ( $1,420 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) et  $\Delta H_s$  l'enthalpie sensible du mélange (142 602 kJ). L'élévation de la température de la solution est donc égale à :

$$\Delta \theta = \frac{\Delta H_t}{m c_p} = \frac{142\,602}{1\,000 \times 1,420} = 100,4 \text{ }^\circ\text{C}$$

Comme les influents sont introduits à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , la température finale de la solution est donc voisine de  $120 \text{ }^\circ\text{C}$ , dans des conditions adiabatiques.

#### ■ EXERCICE N° 9.9

On veut diluer une solution chaude de 100 kg d'hydroxyde de sodium 75 % à  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  avec de la glace et de l'eau de façon à obtenir une solution d'hydroxyde de sodium. Calculer les masses d'eau à  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  et de glace à  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  à ajouter à la solution initiale pour que la solution effluente soit à  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  et à 10 % (tous les pourcentages sont massiques) connaissant :

- la température de la solution d'hydroxyde de sodium à 75 % initiale :  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  ;
- l'enthalpie massique de l'hydroxyde de sodium à 75 % à la température de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $1\,663 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- l'enthalpie massique de l'hydroxyde de sodium 10 % à  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $180 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- l'enthalpie massique de l'eau à  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $196 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- l'enthalpie massique de la glace à  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  :  $-598 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

## ■ CORRIGÉ

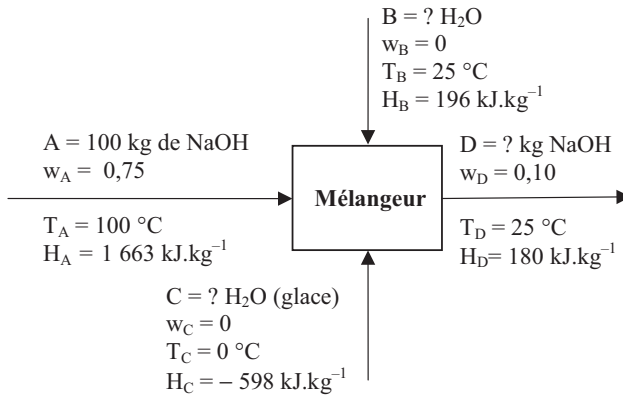


Figure 9.7. Schéma du procédé.

Soient :

- A, B, C et D les masses respectives de NaOH 75 %, d'eau, de glace et de NaOH 10 % ;
- $w_A$ ,  $w_B$ ,  $w_C$  et  $w_D$  les titres massiques respectifs en NaOH de la solution influente, de l'eau, de la glace et de la solution effluente ;
- $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$  et  $T_D$  les températures respectives de la solution influente, de l'eau, de la glace et de la solution effluente ;
- $H_A$ ,  $H_B$ ,  $H_C$  et  $H_D$  les enthalpies respectives de la solution influente, de l'eau, de la glace et de la solution effluente.

**a- Bilan-matière**

Le bilan-matière peut s'écrire par rapport aux masses totales et par rapport au soluté.

$$\text{Bilan global :} \quad A + B + C = D \quad (9.3)$$

$$\text{Bilan par rapport à NaOH :} \quad A w_A + B w_B + C w_C = D w_D \quad (9.4)$$

$w_B$  et  $w_C$  étant nuls, l'équation 9.4 devient :

$$A w_A = D w_D \Rightarrow D = \frac{A w_A}{w_D} = \frac{100 \times 0,75}{0,10} = 750 \text{ kg} = D.$$

$$(9.3) \Rightarrow B + C = D - A = 750 - 100 = 650 \text{ kg}.$$

Il reste deux inconnues à déterminer et le bilan thermique permettra de résoudre le système.

**b- Bilan thermique**

S'il n'y a pas de pertes thermiques, la loi de la conservation de l'énergie s'établit d'une manière analogue à la loi de la conservation de la matière :

$$H_A + H_B + H_C = H_D \quad (9.5)$$

$H_A = 1\,663 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . Comme  $A = 100 \text{ kg}$ ,  $H_A = 1\,663 \times 100 = 166\,300 \text{ kJ}$  ;

$H_B = 196 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . La masse d'eau étant de  $B \text{ kg}$ ,  $H_B = 196 B \text{ kJ}$  ;

$H_C = -598 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . La masse de glace étant de  $C \text{ kg}$ ,  $H_C = -598 C \text{ kJ}$  ;

$H_D = 180 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . Comme  $D = 750 \text{ kg}$ ,  $H_D = 180 \times 750 = 135\,000 \text{ kJ}$ .

$$(9.5) \Rightarrow H_B + H_C = H_D - H_A = 135\,000 - 166\,300 = -31\,300 \text{ kJ.}$$

$$\text{Donc : } 196 B - 598 C = -31\,300 \quad (9.5')$$

(9.3)  $\Rightarrow B = 650 - C$  et, en reportant cette valeur dans l'équation 3', la relation suivante est obtenue :  $196 \times (650 - C) - 598 C = -31\,300 \Rightarrow$

$$127\,400 - 196 C - 598 C = -31\,300 \Rightarrow C = \frac{158\,700}{794} = 199,9 \text{ kg.}$$

$C = 199,9 \text{ kg}$  de glace à  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  ;

$B = 450,1 \text{ kg}$  d'eau à  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ .

#### ■ EXERCICE N° 9.10

On veut réaliser la recristallisation d'une masse de  $300 \text{ kg}$  de glycine (acide aminoacétique) dans l'eau. Cette opération s'effectue en solubilisant la glycine dans le minimum d'eau de façon à obtenir une solution saturée à  $75 \text{ }^\circ\text{C}$ . Cette solution saturée est ensuite refroidie jusqu'à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Calculer :

a- la quantité d'eau à utiliser pour obtenir une solution saturée à  $75 \text{ }^\circ\text{C}$  ;

b- la quantité de cristaux de glycine théoriquement obtenue après refroidissement à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  puis filtration et le rendement de la cristallisation ;

c- la quantité de chaleur à éliminer lors de l'opération.

Les valeurs suivantes sont données :

– solubilités de la glycine :

$21,0 \text{ g}$  dans  $100 \text{ g}$  d'eau à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $54,4 \text{ g}$  dans  $100 \text{ g}$  d'eau à  $75 \text{ }^\circ\text{C}$  ;

– enthalpie de dissolution molaire de la glycine à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  :

$8,36 \text{ kJ.mol}^{-1}$  (absorption de chaleur) ;

– capacité thermique massique moyenne de la solution d'alimentation :

$2,926 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

#### ■ CORRIGÉ

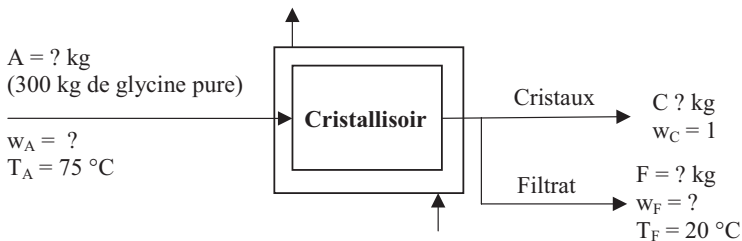


Figure 9.8. Schéma de la cristallisation de la glycine.

La glycine possède la formule suivante :  $\text{H}_2\text{N}-\text{CH}_2-\text{CO}_2\text{H}$  ( $M = 75 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ).

**a- Masse d'eau à utiliser**

D'après la solubilité de la glycine à  $75^\circ\text{C}$ , il faut ajouter 100 g d'eau à 54,4 g de cristaux pour obtenir une solution saturée à cette température. Pour solubiliser une masse de 300 kg, il faut donc utiliser  $\frac{100 \times 300}{54,4} = 551,5 \text{ kg}$  d'eau.

Dans ces conditions, la masse de la solution saturée à  $75^\circ\text{C}$  est de  $300 + 551,5 \Rightarrow A = 851,5 \text{ kg}$  de solution.

**b- Masse de cristaux obtenus et rendement**

Le calcul de la masse de cristaux nécessite d'effectuer le bilan massique de l'opération et donc de connaître les divers titres massiques. Ces derniers sont déduits des solubilités aux températures correspondantes.

$$w_A = \frac{54,4}{54,4 + 100} = 0,352 ;$$

$$w_F = \frac{21,0}{21,0 + 100} = 0,174 ;$$

$$w_C = 1 \text{ (les cristaux ne sont pas solvatés)}$$

Le bilan-matière s'établit de la façon suivante :

$$\text{Bilan global : } A = C + F \Rightarrow F = A - C = 851,5 - C \quad (9.6)$$

$$\text{Bilan par rapport à la glycine : } A w_A = C w_C + F w_F \quad (9.7)$$

En reportant la valeur de F de l'équation 9.6 dans l'équation 9.7 et en effectuant l'application numérique, on obtient :

$$851,5 \times 0,352 = C + (851,5 - C) \times 0,174 \Rightarrow$$

$$0,826 C = 151,6. \text{ Donc, } C = \frac{151,6}{0,826} = 183,5 \text{ kg.}$$

$$C = 183,5 \text{ kg de cristaux.}$$

$$F = 668,0 \text{ kg de filtrat.}$$

Le rendement d'une cristallisation est égal au quotient de la masse de cristaux obtenus par la masse de soluté introduit dans la solution initiale.

$$\eta = \frac{183,5}{300} = 0,612 \Rightarrow \eta = 61,2 \%$$

**c- Quantité de chaleur à éliminer**

Dans une cristallisation, la quantité de chaleur à éliminer a deux origines :

- la première résulte de l'énergie thermique qu'il faut éliminer pour provoquer le refroidissement de la solution initiale jusqu'à la température finale ( $\Delta H_s =$  enthalpie de refroidissement) ;

– la seconde résulte de l'enthalpie qui accompagne la cristallisation proprement dite (formation de cristaux) et cette grandeur est égale, en valeur absolue, à l'enthalpie de dissolution ( $\Delta H_c = -\Delta H_{dis}$ ).

La quantité de chaleur totale à éliminer lors d'une cristallisation est donc égale à la somme algébrique de ces deux enthalpies :

$$\Delta H_t = \Delta H_s + \Delta H_c$$

$$\Delta H_s = A \overline{C_p} (T_F - T_A) = 851,5 \times 2,926 \times (20 - 75) \Rightarrow \Delta H_s = -137\,032 \text{ kJ.}$$

Puisque  $\Delta H_c = -8,36 \text{ kJ.mol}^{-1}$ , une masse de 183,7 kg de cristaux représente une quantité de matière de  $\frac{183,5}{75} = 2,447 \text{ kmol} = 2\,447 \text{ mol}$ .

$$\text{Donc, } \Delta H_c = -8,36 \times 2\,447 = -20\,457 \text{ kJ.}$$

La quantité totale de chaleur à éliminer pour effectuer la cristallisation est donc égale à :  $\Delta H_t = \Delta H_s + \Delta H_c = -137\,032 - 20\,457 \Rightarrow \Delta H_t = -157\,489 \text{ kJ}$ .

#### ■ EXERCICE N° 9.11

On cristallise, en continu à 10 °C, 1 tonne.h<sup>-1</sup> d'une solution de sulfate de disodium, saturée à 50 °C.

**a-** Déterminer le débit-masse horaire de sulfate de disodium décahydraté formé et le rendement de la cristallisation.

**b-** Calculer le flux thermique à éliminer pendant la cristallisation du sulfate de disodium décahydraté. Les solubilités de Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> sont de 9 g dans 100 g d'eau à 10 °C et de 46,7 g dans 100 g d'eau à 50 °C. L'enthalpie de dissolution molaire de Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, 10 H<sub>2</sub>O à 10 °C est de 78,44 kJ.mol<sup>-1</sup> et la capacité thermique massique moyenne de la solution est de 3,55 kJ.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>.

#### ■ CORRIGÉ

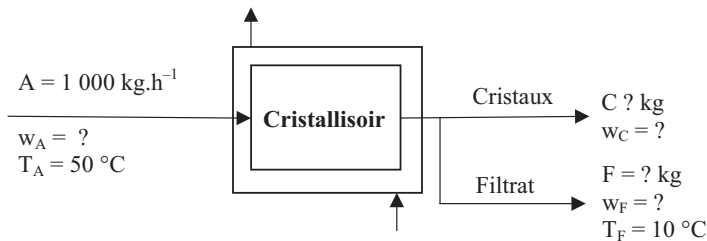


Figure 9.9. Schéma de la cristallisation du sulfate de disodium.

#### **a- Bilan-matière**

• **Base de calcul** : pour 1 h de filtration (1 000 kg.h<sup>-1</sup> de solution influente)

### • Détermination des titres massiques

La détermination du bilan-matière nécessite de connaître les titres massiques en  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  de l'entrant et des sortants. L'alimentation et le filtrat étant des solutions saturées en  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  respectivement à 50 et 10 °C, les titres correspondants sont déduits des solubilités respectives.

$$w_A = \frac{46,7}{46,7 + 100} = 0,318 ;$$

$$w_F = \frac{9,0}{9,0 + 100} = 0,083.$$

Si les cristaux étaient anhydres, le titre en  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  du solide serait unitaire. Or, dans le cas présent, les cristaux sont obtenus sous forme hydratée et, dans ces conditions, l'eau de solvation doit être considérée comme un solvant. Le titre en  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  des cristaux est donc égal au quotient de la masse molaire du solide anhydre par la masse molaire de l'hydrate correspondant.

$$w_C = \frac{M_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{M_{\text{Na}_2\text{SO}_4,10\text{H}_2\text{O}}} = \frac{142,1}{322,1} = 0,441.$$

### • Débits massiques des effluents du cristalliseur

$$\text{Bilan global :} \quad A = C + F \Rightarrow F = A - C \quad (9.8)$$

$$\text{Bilan par rapport à } \text{Na}_2\text{SO}_4 \text{ pur :} \quad A w_A = C w_C + F w_F \quad (9.9)$$

En reportant la valeur de F de l'équation 9.8 dans l'équation 9.9, on obtient :

$$A w_A = C w_C + (A - C) w_F \Rightarrow A (w_A - w_F) = C (w_C - w_F) \Rightarrow C = \frac{A (w_A - w_F)}{(w_C - w_F)} =$$

$$\frac{1\,000 \times (0,318 - 0,083)}{(0,441 - 0,083)} \Rightarrow C = 656,4 \text{ kg.h}^{-1} \text{ de cristaux ;}$$

$$F = 343,6 \text{ kg.h}^{-1} \text{ de filtrat.}$$

### • Rendement de l'opération

Le rendement d'une cristallisation est égal au quotient de la masse de soluté cristallisé par la masse de soluté dans l'alimentation et ce calcul est effectué par rapport au produit anhydre.

$$\eta = \frac{C w_C}{A w_A} = \frac{656,4 \times 0,441}{1\,000 \times 0,318} = \frac{289,5}{318} = 0,9102 \Rightarrow \eta = 91,0 \%$$

### b- Bilan thermique

Comme dans le problème précédent, le flux thermique à éliminer,  $\Phi_t$ , est égal à la somme algébrique du flux de refroidissement,  $\Phi_s$ , et du flux de cristallisation,  $\Phi_c$ .

L'enthalpie de cristallisation est égale, en valeur absolue, à l'enthalpie de dissolution ( $\Delta H_c = -\Delta H_{dis}$ ).

$$\Phi_t = \Phi_s + \Phi_c$$

$$\Phi_s = A \overline{C_p} (T_F - T_A) = 1\,000 \times 3,55 \times (10 - 50) = -142\,000 \Rightarrow$$

$$\Phi_s = -142\,000 \text{ kJ.h}^{-1}.$$

L'enthalpie de cristallisation est égale à  $\Delta H_c = -\Delta H_{dis} = -78,44 \text{ kJ.mol}^{-1}$ . Un débit massique de  $656,4 \text{ kg.h}^{-1}$  de cristaux de  $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$  correspond à un débit molaire de  $\frac{656,4}{322,1} = 2,038 \text{ kmol.h}^{-1} = 2\,038 \text{ mol.h}^{-1}$ .

$$\text{Donc, } \Phi_c = -78,44 \times 2\,038 = -159\,861 \text{ kJ.h}^{-1}.$$

Le flux thermique à éliminer pour effectuer la cristallisation est donc égal à :

$$\Phi_t = \Phi_s + \Phi_c = -142\,000 - 159\,861 \Rightarrow$$

$$\Phi_t = -301\,861 \text{ kJ.h}^{-1} = \frac{-301\,861}{3\,600} = -83,85 \text{ kW}.$$

#### ■ EXERCICE N° 9.12

On se propose de rectifier en continu  $1\,000 \text{ kg.h}^{-1}$  d'un mélange contenant 10 % d'éthanol et 90 % d'eau de façon à recueillir un alcool à 92 % dans le distillat et un résidu aqueux à 0,5 % d'alcool (% massiques). Le taux de reflux utilisé pour la rectification est de 3 (quotient de la masse de vapeur condensée recyclée dans la colonne par la masse de distillat soutirée). Calculer le flux thermique à fournir au bouilleur et le flux thermique à éliminer par l'eau du condenseur.

Le bilan thermique sera réalisé à partir des indications suivantes :

- l'alimentation du mélange à distiller se fait à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  ;
- l'enthalpie du mélange eau-éthanol est négligée ;
- les points d'ébullition de l'éthanol et de l'eau sont respectivement de  $78$  et  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  ;
- le condenseur fait passer les vapeurs à l'état liquide et le distillat est soutiré ou recyclé à la température d'ébullition ( $78 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Le résidu est éliminé du bouilleur à  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  ;
- les enthalpies de vaporisation de l'éthanol et de l'eau sont respectivement de  $854$  et  $2\,259 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- les capacités thermiques massiques moyennes de l'éthanol et de l'eau sont respectivement de  $2,42$  et  $4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .



## ■ CORRIGÉ

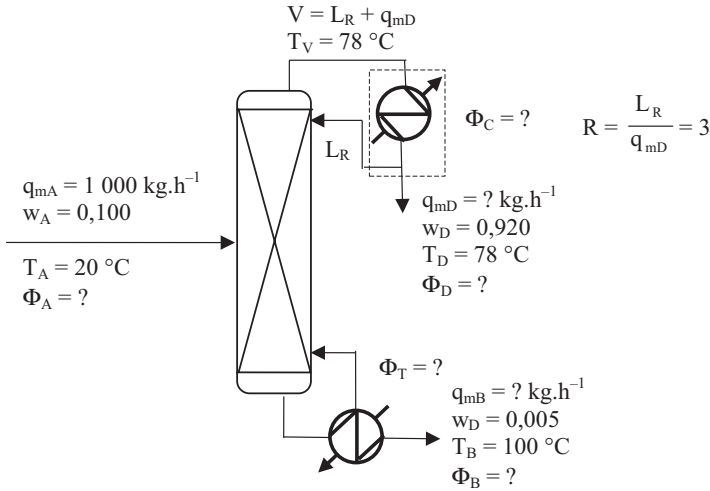


Figure 9.10. Schéma de la rectification continue d'un mélange binaire éthanol-eau.

## ► BILAN-MATIÈRE

• **Base de calcul** : pour 1 h de rectification

• **Débits massiques des effluents**

$$\text{Bilan global : } q_{mA} = q_{mB} + q_{mD} \Rightarrow q_{mB} = q_{mA} - q_{mD} \quad (9.10)$$

$$\text{Bilan par rapport à l'éthanol pur : } q_{mA} w_A = q_{mB} w_B + q_{mD} w_D \quad (9.11)$$

$$\text{Bilan du condenseur : } V = L_R + q_{mD} \quad (9.12)$$

En reportant la valeur de  $q_{mB}$  de l'équation 9.10 dans l'équation 9.11, on obtient :

$$q_{mA} w_A = (q_{mA} - q_{mD}) w_B + q_{mD} w_D \Rightarrow q_{mA} (w_A - w_B) = q_{mD} (w_D - w_B) \Rightarrow$$

$$q_{mD} = \frac{q_{mA} (w_A - w_B)}{(w_D - w_B)} = \frac{1000 \times (0,100 - 0,005)}{(0,920 - 0,005)} \Rightarrow$$

$$q_{mD} = 103,8 \text{ kg.h}^{-1} \text{ de distillat et } q_{mB} = 896,2 \text{ kg.h}^{-1} \text{ de résidu.}$$

Compte tenu du taux de reflux,  $L_R = 3 q_{mD}$ , le débit de vapeur entrant dans le condenseur est égal, d'après l'équation 9.12, à  $V = 4 q_{mD} \Rightarrow V = 415,2 \text{ kg.h}^{-1}$  de vapeur.

Le distillat est composé de :

- $103,8 \times 0,920 = 95,5 \text{ kg.h}^{-1}$  d'éthanol ;
- $103,8 \times 0,080 = 8,3 \text{ kg.h}^{-1}$  d'eau.

Le résidu contient :

- $896,2 \times 0,005 = 4,5 \text{ kg.h}^{-1}$  d'éthanol ;

- $896,2 \times 0,995 = 891,7 \text{ kg.h}^{-1}$  d'eau.

La phase vapeur a la même composition que le distillat et est composée de :

- $415,2 \times 0,920 = 382,0 \text{ kg.h}^{-1}$  d'éthanol ;
- $415,2 \times 0,080 = 33,2 \text{ kg.h}^{-1}$  d'eau.

### ► BILAN THERMIQUE

L'équation du bilan thermique s'établit par l'égalité entre la somme des flux entrants et la somme des flux sortants.

$$\Phi_T + \Phi_A = \Phi_B + \Phi_D + \Phi_{\text{vap}} \quad \text{avec} \quad \Phi_{\text{vap}} = -\Phi_C$$

Dans cette expression,  $\Phi_T$ ,  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$  et  $\Phi_D$  représentent respectivement les flux apportés par la quantité de chaleur d'appoint, par le binaire ( $\Phi_A = 0$  si la température de référence est de  $20^\circ\text{C}$ ) et les flux éliminés par le résidu et le distillat. Les symboles  $\Phi_{\text{vap}}$  et  $\Phi_C$  représentent respectivement les flux thermiques de vaporisation et de condensation du binaire (flux thermique éliminé par le condenseur).

Le résidu est porté de  $20$  à  $100^\circ\text{C}$ . Le flux thermique consommé pour porter le binaire à cette température est égal à la somme des flux thermiques individuels des deux composés :

$$\begin{aligned} \Phi_B &= (q_{\text{mEtOH}} c_{\text{pEtOH}} + q_{\text{mEau}} c_{\text{pEau}}) (T_B - T_A) = \\ &(4,5 \times 2,42 + 891,7 \times 4,18) (100 - 20) = (10,89 + 3\,727,31) \times 80 \Rightarrow \\ \Phi_B &= 299\,056 \text{ kJ.h}^{-1}. \end{aligned}$$

Le distillat est porté de  $20$  à  $78^\circ\text{C}$  avant sa vaporisation. Le flux thermique consommé pour porter le binaire à cette température est égal à la somme des flux thermiques individuels des deux composés :

$$\begin{aligned} \Phi_D &= (q_{\text{mEtOH}} c_{\text{pEtOH}} + q_{\text{mEau}} c_{\text{pEau}}) (T_D - T_A) = \\ &(95,5 \times 2,42 + 8,3 \times 4,18) (78 - 20) = (231,11 + 34,69) \times 58 \Rightarrow \\ \Phi_D &= 15\,416 \text{ kJ.h}^{-1}. \end{aligned}$$

Le flux thermique fourni pour la vaporisation du binaire tient compte du distillat éliminé mais aussi des vapeurs condensées recyclées dans la colonne sous forme de reflux à  $78^\circ\text{C}$ , donc du débit de vapeur entrant dans le condenseur. Ce flux thermique est égal à :

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{vap}} &= (q_{\text{mEtOH}} l_{\text{vEtOH}} + q_{\text{mEau}} l_{\text{vEau}}) = (382,0 \times 854 + 33,2 \times 2\,259) = \\ &(326\,228 + 74\,999) \Rightarrow \Phi_{\text{vap}} = 401\,227 \text{ kJ.h}^{-1}. \end{aligned}$$

Le flux thermique total consommé pendant la rectification est donc égal à :

$$\begin{aligned} \Phi_T &= \Phi_B + \Phi_D + \Phi_{\text{vap}} = 299\,056 + 15\,416 + 401\,227 \Rightarrow \\ \Phi_T &= 715\,699 \text{ kJ.h}^{-1} = \frac{715\,699}{3\,600} = 198,805 \text{ kW}. \end{aligned}$$

Cette quantité d'énergie est très importante. On aurait intérêt à préchauffer l'alimentation puisque  $44\%$  de l'énergie consommée est utilisée pour porter le mélange

binaire de la température ambiante à la température d'ébullition ( $\Phi_B + \Phi_D$ ). Une partie du gain énergétique peut être apportée en faisant circuler l'alimentation dans l'échangeur thermique chargé de refroidir le résidu (non représenté sur le schéma).

Le flux thermique éliminé par le condenseur, dans la mesure où celui-ci condense uniquement les vapeurs sans abaisser la température du liquide, est égal, en valeur absolue, au flux thermique de vaporisation du binaire. Soit :

$$\Phi_c = -\Phi_{\text{vap}} = -401\,227 \text{ kJ.h}^{-1} = \frac{-401\,227}{3\,600} = -111,452 \text{ kW.}$$

### ■ EXERCICE N° 9.13

On concentre, à la pression atmosphérique, 1 000 kg d'une solution à 10 % de sucre initialement à 20 °C. En fin de concentration, la température est de 100 °C et le titre est de 50 % (titres massiques). Calculer la quantité :

- a- d'eau éliminée ;
- b- d'énergie à fournir ;
- c- de vapeur d'eau de chauffage, nécessaire à l'opération.

L'enthalpie massique de vaporisation de l'eau est donnée par la formule suivante :  $l_v = 2\,529 - 2,72 t$  (avec  $l_v$  en  $\text{kJ.kg}^{-1}$  et  $t$  en °C), la capacité thermique massique moyenne de la solution sucrée est de  $3,85 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et 1 kg de vapeur sous pression libère 2 740 kJ.

### ■ CORRIGÉ

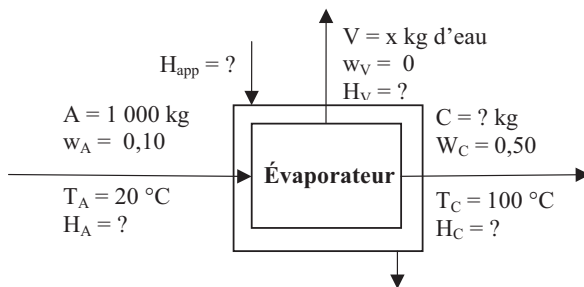


Figure 9.11. Schéma de l'évaporation discontinue d'un jus sucré.

• **Base de calcul** : pour 1 000 kg de solution sucrée à évaporer

Soient A, V et C, les masses respectives de l'alimentation, de l'évaporat et du concentrat et  $w_A$ ,  $w_V$  et  $w_C$  les titres massiques en sucre correspondants.

#### a- Masse d'eau éliminée

Le bilan-matière s'établit globalement et par rapport au soluté.

$$\text{Bilan global :} \quad A = V + C = 1\,000 \quad (9.13)$$

$$\text{Bilan par rapport au sucre : } A w_A = V w_V + C w_C \quad (9.14)$$

Comme l'évaporat ne contient pas de sucre ( $w_V = 0$ ) et, d'après l'équation 9.14 :

$$C = \frac{A w_A}{w_C} = \frac{1\,000 \times 0,10}{0,50} = 200 \text{ kg.}$$

D'après l'équation 9.13,  $V = 1\,000 - 200 = 800$  kg.

La quantité d'eau évaporée est donc de 800 kg.

### b- *Quantité d'énergie fournie*

Le bilan thermique se traduit par l'égalité entre la somme des quantités de chaleur entrantes et la somme des quantités de chaleur sortantes.

$$H_A + H_{\text{app}} = H_V + H_C$$

Si l'on prend 20 °C pour origine des températures, l'enthalpie apportée par la solution sucrée influente est nulle ( $H_A = 0$ ).

La quantité de chaleur apportée pendant l'opération ( $H_{\text{app}}$ ), va servir à :

– porter l'alimentation de 20 à 100 °C et cette enthalpie sensible est égale à :

$$H_C = A \overline{C_p} (T_C - T_A) = 1\,000 \times 3,85 \times (100 - 20) \Rightarrow H_C = 308\,000 \text{ kJ ;}$$

– vaporiser l'eau à 100 °C. Cette enthalpie est déduite de la formule donnée :

$$H_V = V l_v \text{ avec } l_v = 2\,529 - 2,72 t = 2\,529 - 2,72 \times 100 = 2\,257 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

Donc :

$$H_V = 800 \times 2\,257 = 1\,805\,600 \text{ kJ.}$$

La quantité de chaleur totale apportée est donc égale à :  $H_{\text{app}} = 308\,000 + 1\,805\,600 = 2\,113\,600$  kJ.

### c- *Quantité de vapeur de chauffage consommée*

Une quantité de 1 kg de vapeur fournit 2 740 kJ. Donc, il faut utiliser  $\frac{2\,113\,600}{2\,740}$   
= 771,4 kg de vapeur de chauffage pour réaliser l'opération.

## 2. ■ Bilans thermiques dans les productions chimiques

### ■ EXERCICE N° 9.14

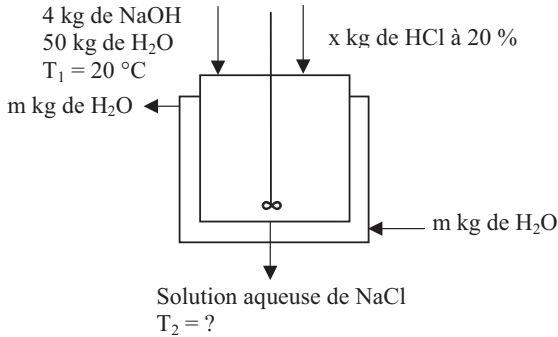
On neutralise 4 kg d'hydroxyde de sodium dissous dans 50 kg d'eau par une solution aqueuse d'acide chlorhydrique à 20 % (titre massique). Calculer :

- l'élévation de température du milieu réactionnel ;
- la quantité de chaleur à éliminer par la double enveloppe du réacteur si l'on veut maintenir la température du milieu à 20 °C et la masse d'eau de refroidissement à faire circuler dans la double enveloppe du réacteur pour main-

tenir une différence de température entre l'entrée des réactifs et la sortie des produits de 10 °C.

L'enthalpie de neutralisation est de  $-56,43 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$  de HCl et les capacités thermiques moyennes de la solution de NaCl et d'eau sont respectivement de 3,76 et 4,18  $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

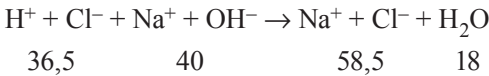
■ CORRIGÉ



**Figure 9.12.** Schéma de la neutralisation de l'hydroxyde de sodium par l'acide chlorhydrique.

• **Base de calcul :** pour 4 kg d'hydroxyde de sodium neutralisé

• **Équation de réaction**



• **Élévation de température**

Une masse de 4 kg de NaOH contient  $\frac{4\,000}{40} = 100 \text{ mol}$  de NaOH pur.

D'après l'équation de réaction, il faut utiliser 100 mol de HCl pur ( $m = 100 \times 36,5 = 3\,650 \text{ g} = 3,65 \text{ kg}$ ) pour neutraliser cette quantité de matière. Compte tenu de la composition de l'acide utilisé, la masse de HCl 20 % est de  $\frac{3,65}{0,20} = 18,25 \text{ kg}$ .

Après neutralisation, la masse de la solution aqueuse de NaCl est de :  $4 + 50 + 18,25 = 72,25 \text{ kg}$  de solution saline.

L'enthalpie libérée pendant la neutralisation est de  $-56,43 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$  de HCl, soit  $-56,43 \times 100 = -5\,643 \text{ kJ}$ .

Dans des conditions adiabatiques, la quantité de chaleur libérée pendant la réaction va augmenter l'enthalpie sensible du milieu :  $\Delta H_s = -\Delta H_r = 5\,643 \text{ kJ} =$

$$m_{\text{sol}} c_{\text{psol}} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta H_s}{m_{\text{sol}} c_{\text{psol}}} = \frac{5\,643}{72,25 \times 3,76} = 20,8 \text{ °C}.$$

La température finale est donc de  $T_2 = 20 + 20,8 = 40,8 \text{ °C}$ .